政治経済学 II

第 3 回：格差の測定

矢内　勇生

法学部・法学研究科

2015 年 4 月 22 日

神戸大学

今日の内容

1. はじめに
   - 格差・不平等をどう捉えるか
   - 日本の所得分配データ
2. 不平等の様々な測り方
   - 格差の測度に求める条件
   - 様々な測度

所得格差

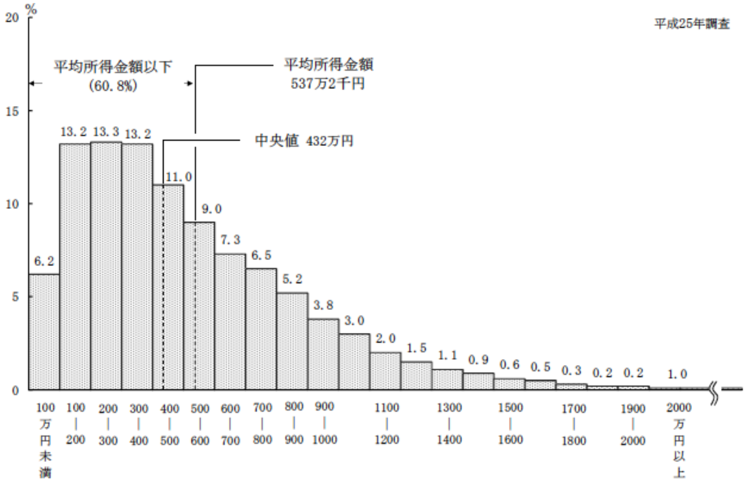
所得格差はどうやって測るのか？

5 人から成る社会の所得分配

- 状況 A：$\{500, 500, 500, 500, 500\}$
- 状況 B：$\{100, 100, 500, 900, 900\}$
- 状況 C：$\{100, 400, 500, 600, 900\}$
- 状況 D：$\{300, 300, 300, 300, 1300\}$

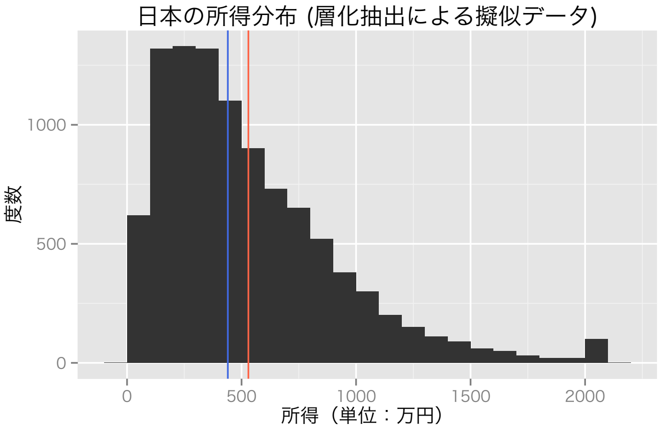
- どれが平等でどれが不平等？
- 平等な順に並べ替えると？

日本の所得分配、2013 年



出典：厚生労働省『平成 25 年 国民生活基礎調査の概況』

日本の所得分配、シミュレーションデータ



平均：529 万 8 千円、中央値：440 万円、平均以下の割合：59.4%

データは授業のウェブページで入手可能

どのような測度が必要か

- 何を基準に格差が「大きい」、「小さい」とするのか
- どのような「変化」を格差の「拡大」または「縮小」と考えるのか
- どのような「変化」は、格差とは無関係だと考えるのか

ピグーとドールトンの条件

Pigou-Dalton 条件 (Dalton 1920; Pigou 1912)

他の条件が等しければ、比較的に貧しい個人から比較的に富裕な個人への所得移転は、必ず不平等度を拡大する

- どの所得水準の格差も同列に扱う

感応性の条件

感応性条件

相対的に貧しい者の所得移転は、相対的に裕福な者の所得移転よりも、格差を大きく変化させる

- 貧困層の格差と富裕層の格差を区別する
- 社会全体にとっての格差を考えるときは、貧困層の格差を重視する

分配の変化と不平等度の測定

分布の移動と形状変化の区別 (Atkinson 1970)

所得分布の移動 (shift) と分布の形状の変化を区別し、不平等の測定に際しては後者のみを問題にする

範囲 (range)

- n 人の個人の間で所得を分配する
- i の所得 y_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$
- 平均所得 $\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$

範囲 E

$$E = (\max_i y_i - \min_i y_i)/\mu \quad (1)$$

- 完全な平等：$E = 0$
- 1 人が所得を独占：$E = n$

相対平均偏差 (relative mean deviation)

相対平均偏差 M

$$M = \frac{1}{n\mu}\sum_{i=1}^{n}|y_i - \mu| \tag{2}$$

- 完全な平等：$M = 0$
- 1 人が所得を独占：$M = 2(n-1)/n$

分散 (variance)

分散 V

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \mu)^2 \tag{3}$$

- 完全な平等：$V = 0$
- 1 人が所得を独占：$V = (n-1)\mu^2$

変動係数 (coefficient of variation)

分散は平均値 μ とともに大きくなる傾向があるので、それを調整する

変動係数 C

$$C = \frac{\sqrt{V}}{\mu} \tag{4}$$

- 完全な平等：$C = 0$
- 1 人が所得を独占：$\sqrt{n-1}$

対数標準偏差 (Standard deviation of logarithm)

対数標準偏差 H

$$H = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{(\log y_i - \log \mu)^2}{n} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

- μ（算術平均）の代わりに y の幾何平均を用いると、$H = \mathrm{sd}(\log y)$
- 対数なので、$y_i > 0$

相対平均格差 (relative mean difference)

社会を構成する個人で作成可能なすべてのペアについて、二人の所得の差の絶対値を平均したもの

相対平均格差 R

$$R = \frac{1}{n^2\mu}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|y_i - y_j| \tag{6}$$

- 完全な平等：$R = 0$
- 1 人が所得を独占：$R = 2$ （ただし、n が十分大きい場合）

ジニ係数 (Gini coefficient)

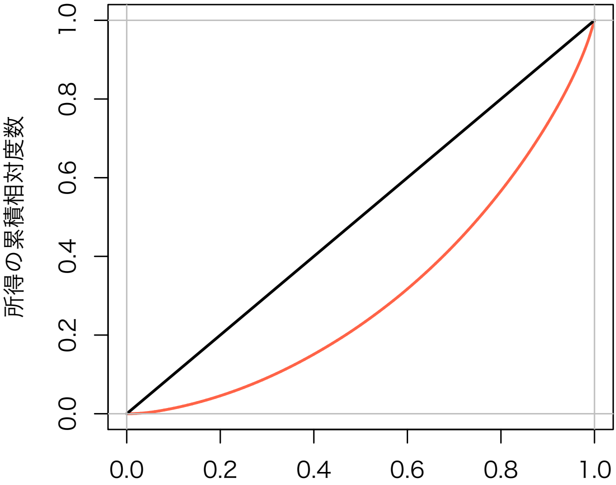
- ジニ係数は、相対平均格差の 2 分の 1
- ジニ係数は、ローレンズ曲線と 45 度線（完全に平等な所得分布の累積分布曲線）に囲まれた部分の面積の 2 倍

ジニ係数 G

$$
\begin{aligned}
G = \frac{R}{2} &= \frac{1}{2n^2\mu}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|y_i - y_j| && (7)\\
&= 1 - \frac{1}{n^2\mu}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\min(y_i, y_j) && (8)\\
&= 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2\mu}(y_1 + 2y_2 + \cdots + ny_n) && (9)
\end{aligned}
$$

ただし、$y_1 \geq y_2 \geq \cdots \geq y_n$

ローレンツ曲線とジニ係数



タイルのエントロピー測度 (Theil 1967)

- n 個の可能な事象
- x_i：特定の事象 i が起きる確率、$x_i \geq 0$、$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$
- $h(x)$：特定の事象が起きたことを知らせる情報の価値、x の減少関数

$$h(x) = \log \frac{1}{x}$$

- 情報価値の期待値（エントロピー）：

$$H(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i h(x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i \log \frac{1}{x_i}$$

タイルの測度 T

$$T = \log n - H(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \log n x_i \tag{10}$$

アトキンソン尺度

- 社会厚生：$\sum_{i=1}^{n} u(y_i)$
- 均等分配等価所得 y_e：実際の所得分配による社会厚生に一致する社会厚生をもたらす一人当たり所得

$$\sum_{i=1}^{n} u(y_i) = nu(y_e)$$

アトキンソン尺度 A

$$A(y) = 1 - \frac{y_e}{\mu} \tag{11}$$

分位数を使った測度

- 分位数の比を使って格差を測る

比較的よく使われる比

- Q90 / Q10
- Q90 / Q50
- Q50 / Q10

  - Q90（90 パーセンタイル）：所得を小さい順に並べ替えたとき、小さいほうから 90 パーセントの位置（したがって、上位 10 パーセント）にある所得
  - Q50、Q10 なども同様

次回の内容

Top Incomes

- 最近注目されている格差の測度
- 格差の測度を使って、どのような研究がされているか